

# 喷嘴尾迹引起透平动叶激振力的算法

西安交通大学 刘 凌 孟庆集

## 摘 要

本文构造并数值试验了一种计算可压不定常流场的有限差分格式。提出相应于喷嘴尾迹的透平动叶激振力的一种算法。计算结果示出, 喷嘴尾迹流分布形式与相应的动叶激振力分布形式不同, 后者与叶型有关。

## 一、引 言

透平动叶片所受激振力是相当复杂的。对一个透平级而言, 喷嘴尾迹及其它结构因素所导致动静间隙中流动参数在周向不均匀, 当动叶栅相对静叶栅转动时, 就某一动叶而言, 感受着随时间变化的交变作用力。而动叶振动时, 其位移或变形又扰动了流场分布。两者相互影响并存于同一空间、同一时刻。此外, 高负荷跨音透平级的激波移动、流动分离以及湿蒸汽透平级凝结激波的移动都影响着动叶激振力。对整个透平而言, 级与级之间还有相互影响和干扰, 特别是转鼓式叶轮, 级间间隔较小, 级间扰动作用就不可忽略。要得到透平动叶激振力的大小与分布, 需求解这个不定常、跨音、湍流、有粘的现象, 且要进行流场与叶片振动的反复迭代。因而, 要完全求解这个问题, 尚有许多困难。

目前, 各汽轮机厂家仍是用调频及安全倍率的概念进行动叶片的强度设计, 并不能予估寿命, 以确定机组两次大修间隔。由于积累的经验数据有限, 新型机组设计时, 原有的经验亦不足以保证新机组的可靠性。透平动叶片强度设计的主要任务乃是在设计阶段就给出动叶片振动应力的分布, 这要求在设计阶段获得动叶激振力在各种工况下的变化规律。因而, 由简到繁, 渐进趋近的透平动叶激振力完全解是很有实际意义的。

本文用有限面积法求解了欧拉方程, 给出相应于喷嘴尾迹的透平动叶激振力的一种算法, 为叶片事故处理、振动强度安全准则的制定提供一些定性参考。本算法不仅适用于蒸汽轮机叶片, 也适于航空发动机叶片的激振力计算。

## 二、物 理 模 型

首先简化喷嘴尾迹诱发透平动叶振动的现象。将一个透平级展成两列平面叶栅, 固定动叶栅, 静叶栅以周期性变化的喷嘴尾迹所代替。尾迹流以动叶旋转线速度的绝对值, 反动叶转动方向移动, 以此作为动叶栅的不均匀进口气流。简化后的动叶栅流场如图1。这简化较之联合求解动静叶栅的无粘流场<sup>[1]</sup>, 计入了静叶粘性的作用, 但没有考虑动静叶相互干扰对喷嘴尾迹的影响,



1 简化后的流场

因而, 带入了一定的误差。由于平面叶栅吹风数据易于获得, 这样的简化处理在工程实际中有实用价值。

另一假设是无粘流动。求动叶片激振力, 是对作用在整个叶片上力的积分, 包括壁面压力及粘性应力项。经验及附面层理论表明, 粘性对绕流物体壁面压力影响不大。积分时, 粘性力在切向要抵消一部分。特别是冲动式叶片, 比较接近于对称形状, 粘性力在切向的作用就更小, 而切向作用力是激振力的主要部分。由此所得结果是可以接受的。

在二维直角坐标系中, 描写上述物理模型的基本方程为:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \iint_A \rho dx dy - \oint_S (\rho u, \rho v) \vec{n} ds &= 0 \\ \frac{\partial}{\partial t} \iint_A \rho u dx dy - \oint_S (\rho u^2 + p, \rho uv) \vec{n} ds &= 0 \\ \frac{\partial}{\partial t} \iint_A \rho v dx dy - \oint_S (\rho uv, \rho v^2 + p) \vec{n} ds &= 0 \\ \frac{\partial}{\partial t} \iint_A E dx dy - \oint_S [(E + p)u, (E + p)v] \vec{n} ds &= 0 \end{aligned} \quad (1)$$

其中  $E = p/(k-1) + \rho(u^2 + v^2)/2$ ,  $\vec{n}$  为内法向单位矢量。

### 三、数值计算方法

**差分格式** Denton<sup>[2]</sup>构造了一种对置格式, 以时间推进法求解定常流场, 因而其用总焓不变式取代不定常能量方程式。对激振力问题, 须完全求解方程组(1)。由(1)的能量式可看出, 压力  $p$  是以量  $(E + p)u$ ,  $(E + p)v$  形式出现的, 具有输运性质, 可对这些量采用上风差分格式。参考Denton格式, 构造一种求解欧拉方程(1)的差分格式如下:

$$\begin{aligned} \rho_{i,j}^{(n+1)} &= \rho_{i,j}^{(n)} + (\Delta t / \Delta A_{i,j}) \{ (\rho u)_{i-1,j}^{(n)} (y_{i-\frac{1}{2},j+1} - y_{i-\frac{1}{2},j-1}) \\ &\quad - (\rho u)_{i,j}^{(n)} (y_{i+\frac{1}{2},j+1} - y_{i+\frac{1}{2},j-1}) + (\rho u)_{i,j+1}^{(n)} (y_{i+\frac{1}{2},j+1} - y_{i-\frac{1}{2},j+1}) \\ &\quad - (\rho u)_{i,j-1}^{(n)} (y_{i+\frac{1}{2},j-1} - y_{i-\frac{1}{2},j-1}) + [(\rho v)_{i,j-1}^{(n)} \\ &\quad - (\rho v)_{i,j+1}^{(n)}] (x_{i+\frac{1}{2},j} - x_{i-\frac{1}{2},j}) \} \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} E_{i,j}^{(n+1)} &= E_{i,j}^{(n)} + (\Delta t / \Delta A_{i,j}) \{ [(E + p)u]_{i-1,j}^{(n)} (y_{i-\frac{1}{2},j+1} - y_{i-\frac{1}{2},j-1}) \\ &\quad - [(E + p)u]_{i,j}^{(n)} (y_{i+\frac{1}{2},j+1} - y_{i+\frac{1}{2},j-1}) \\ &\quad + [(E + p)u]_{i,j+1}^{(n)} (y_{i+\frac{1}{2},j+1} - y_{i-\frac{1}{2},j+1}) \\ &\quad - [(E + p)u]_{i,j-1}^{(n)} (y_{i+\frac{1}{2},j-1} - y_{i-\frac{1}{2},j-1}) \\ &\quad + [(E + p)v]_{i,j-1}^{(n)} - [(E + p)v]_{i,j+1}^{(n)} (x_{i+\frac{1}{2},j} - x_{i-\frac{1}{2},j}) \} \end{aligned} \quad (3)$$

$$p_{i,j}^{(n+1)} = (K-1) \{ E_{i,j}^{(n+1)} - (\rho_{i,j}^{(n+1)} / 2) [(u_{i,j}^{(n+1)})^2 + (v_{i,j}^{(n+1)})^2] \} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} (\rho u)_{i,j}^{(n+1)} &= (\rho u)_{i,j}^{(n)} + (\Delta t / \Delta A_{i,j}) \{ [p_{i,j}^{(n+1)} + (\rho u^2)_{i,j}^{(n)}] (y_{i-\frac{1}{2},j+1} - y_{i-\frac{1}{2},j-1}) \\ &\quad - [p_{i+1,j}^{(n+1)} + (\rho u^2)_{i,j}^{(n)}] (y_{i+\frac{1}{2},j+1} - y_{i+\frac{1}{2},j-1}) \\ &\quad + [p_{i,j+1}^{(n+1)} + (\rho u^2)_{i,j+1}^{(n)}] (y_{i+\frac{1}{2},j+1} - y_{i-\frac{1}{2},j+1}) \\ &\quad - [p_{i,j-1}^{(n+1)} + (\rho u^2)_{i,j-1}^{(n)}] (y_{i+\frac{1}{2},j-1} - y_{i-\frac{1}{2},j-1}) \\ &\quad + [(\rho uv)_{i,j-1}^{(n)} - (\rho uv)_{i,j+1}^{(n)}] (x_{i+\frac{1}{2},j} - x_{i-\frac{1}{2},j}) \} \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned}
 (\rho v)_{i,j}^{(n+1)} = & (\rho v)_{i,j}^{(n)} + (\Delta t / \Delta A_{i,j}) \{ (\rho uv)_{i-1,j}^{(n)} (y_{i-\frac{1}{2},j+1} - y_{i-\frac{1}{2},j-1}) \\
 & - (\rho uv)_{i,j}^{(n)} (y_{i+\frac{1}{2},j+1} - y_{i+\frac{1}{2},j-1}) \\
 & + (\rho uv)_{i,j+1}^{(n)} (y_{i+\frac{1}{2},j+1} - y_{i-\frac{1}{2},j+1}) \\
 & - (\rho uv)_{i,j-1}^{(n)} (y_{i+\frac{1}{2},j-1} - y_{i-\frac{1}{2},j-1}) \\
 & + [p_{i,j-1}^{(n+1)} + (\rho v^2)_{i,j-1}^{(n)} - p_{i,j+1}^{(n+1)} - (\rho v^2)_{i,j+1}^{(n)}] [x_{i+\frac{1}{2}} - x_{i-\frac{1}{2}}] \} \quad (6)
 \end{aligned}$$

此格式精度只有一阶。为提高精度,采用文献〔3〕的修正方法修正后,格式的空间精度最高可达二阶,时间精度为一阶。网格及单元见文献〔4〕。

**求解域及边界条件** 实际绕流透平动叶栅的流动周期难以确定。其流动周期要跨数个动叶节距(见图1)。求解此流场时,若施加周期性边界条件,就要同时计算与存储几个节距的流动参数,需要相当数量的费用。这里仅取动叶节距( $t_R$ )等于静叶节距( $u_S$ )的特例进行数值计算。 $t_R = t_S$ 使在任何时刻罩在每个动叶节距上的喷嘴尾迹流相同,相距一个节距对应位置的任意两点的流动参数也瞬时相等,即流动周期为一个节距,求解域为一个叶栅通道,如图2所示。这使计算费用大大下降,且不影响计算方法及结果的一般性与合理性。

进出口及物面边界条件的处理采用文献〔5〕的一些近似方法。

进口边界给定喷嘴尾迹流的总压 $p_{01}$ 、总温 $T_{01}$ 及气流角 $\beta_1$ 。出口边界给定背压 $p_2$ 。

**初始条件及收敛性准则** 透平机械稳定运行后,任一时刻的流场分布均可作为本问题的初始条件,然而除了测量之外无法得到。本文首先以时间推进法求解,以不定常流场进口参数的平均值作为初参数的定常场,以此作为不定常流场的初场。由于所给的初场是不真实的,在此初场下推进一个周期后所得到的不定常流场不能反映实际流场的发展形态。再以最近的一次推进结果作为初场,重新推进一个周期,如此反复进行下去,所得到的最新流场就较以前的流场更加趋近于真实流动。当相邻两次推进结果所得到的动叶激振力在相应时刻的差值满足所给精度时,认为当前一个周期的流场即为真实流场的渐近解。

设 $t$ 及 $t+T$ ( $T$ 为周期)时刻,动叶激振力的轴向和切向分量分别为 $p_x(t)$ 、 $p_y(t)$ 及 $p_x(t+T)$ 、 $p_y(t+T)$ ,则本文提出的不定常流场计算的收敛性准则为:

$$\begin{aligned}
 |p_x(t+T) - p_x(t)| & \leq E_{px} \\
 0 & \leq t \leq T \\
 |p_y(t+T) - p_y(t)| & \leq E_{py}
 \end{aligned} \quad (7)$$

$E_{px}$ 、 $E_{py}$ 为给定的精度值,需要通过数值试验来确定。满足(7)就认为流场达到了渐近解。

## 四、数值算例

数值计算中,对方程组(1)无量纲化〔5〕。方程组(1)无量纲化后形式不变。

Hobson叶栅与BBB9叶栅绕流的计算结果见图3~图6,其中 $P_{xy}$ 为叶片合力。计算工况的主要参数如表1。取 $T_{01}$ 为常数, $r\omega = 188\text{m/s}$ 。 $p_{01cp}$ 、 $\beta_{1cp}$ 分别为平均值, $\pi_{cp} = p_2/p_{01cp}$ 。计算精度 $E_{px} = E_{py} = 0.0005$ 。

程序在prime-550机上运行。Hobson叶栅两个工况的CPU时间分别为2386s、2375s。

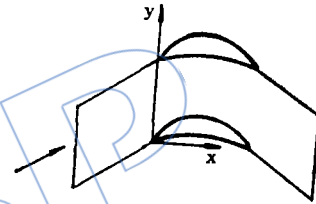


图2 求解域示意

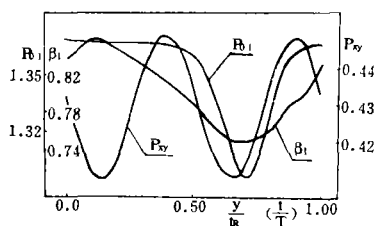


图 3 工况 1. Hobson 叶片主要计算参数

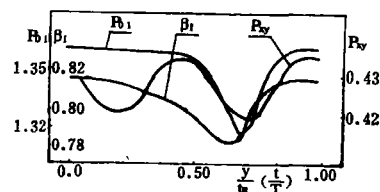


图 4 工况 2. Hobson 叶片主要计算参数

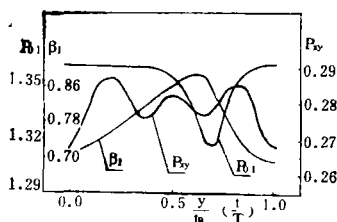


图 5 工况 1. BBB9 叶片主要计算参数

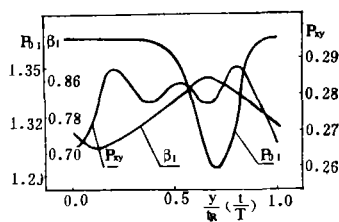


图 6 工况 2. BBB9 叶片主要计算参数

表 1. 两个计算工况的主要参数

| 工况 | $P_{01cp}(N/m^2)$ | $T_{01}(K)$ | $P_2(N/m^2)$ |         | $\pi cp$  |         | $\beta_{1cp}(\text{弧度})$ |         |
|----|-------------------|-------------|--------------|---------|-----------|---------|--------------------------|---------|
|    |                   |             | Hobson 叶片    | BBB9 叶片 | Hobson 叶片 | BBB9 叶片 | Hobson 叶片                | BBB9 叶片 |
| 1  | 123264.1          | 313.64      | 98469.7      | 91311.3 | 0.799     | 0.741   | 0.805                    | 0.789   |
| 2  | 107840.6          | 308.83      | 86114.0      | 79885.8 | 0.799     | 0.741   | 0.805                    | 0.789   |

BBB9 叶栅两个工况的 CPU 时间分别为 953s、950s。它们的叶型坐标分别见文献〔6、7〕。

虽本文提出的差分格式只有一阶时间精度，但由于稳定性的要求，时间步长非常小。如对 Hobson 叶栅工况 1 的计算， $\Delta t = 0.013$ ，一个周期的推进步数为 132 次。因而，尽管格式的时间精度只有一阶，实算结果的精度是可以信赖的。详细的计算结果及分析见文献〔4〕。

## 五、结 论

1. 喷嘴尾迹流波动幅值越大，相应的动叶激振力幅值就越大。
2. 喷嘴尾迹流分布形状与相应的动叶激振力分布形状不同，后者与叶型型线有关。
3. 文中所构造的求解欧拉方程的差分格式是实用的。

## 参 考 文 献

- 〔1〕 Erdos, J.I. and Alzner, E., "Computation of Unsteady Transonic Flows Through Rotating and Stationary Cascades", NASA CR-2900, 1977.
- 〔2〕 Denton, J.D., "A Time Marching Method for Two-and Three-Dimensional Blade to Blade Flows", ARC R & M No.3775, 1975.
- 〔3〕 张耀科、沈孟育、龚增锦, "平面叶栅跨音速绕流的数值试验", 计算数学, No.4, 1978.
- 〔4〕 刘凌、孟庆集, "透平动叶片激振源与激振力的研究", 西安交通大学硕士论文, 1984.
- 〔5〕 张晶、向一敏, "平面叶栅跨音速绕流的时间相关有限面积法数值计算", 西安交大科技报告, 84—134, 1984.
- 〔6〕 Hobson, D.E., "高负荷跨音速涡轮气动设计计算与试验研究", 科学技术文献出版社重庆分社, 1977.
- 〔7〕 Houard, R., Karadimas, G., "高负荷跨音速涡轮气动设计计算与试验研究", 科学技术文献出版社重庆分社(1977).

in Ref.( 1 ). The tendencies that the performances of rotating stall vary with the stagger angles and the solidities are observed. All of blockage ratio, the performance loss and the hysteresis in stall rise with the increase of the stagger angles and the solidities. Both blockage ratio and performance loss in stall for a stage are larger than those for an isolated rotor, but the hysteresis effect of the stage is weakened due to the presence of the stator. The flow model with the active cell structure is discussed and evaluated on the basis of analyzing experimental data. The results show that the features of the active cell model should involve two aspects: (1) the mass interchange between the stall flow region and the unstall one as well as between the stall cells from the outlet to the inlet of the blade row; (2) the momentum interchange in the tangential direction of the rotor between the fluid in the stall cell and the rotor.

### **A COMPUTATIONAL METHOD OF EXCITING FORCES GENERATED BY NOZZLE WAKES ON TURBINE BLADES**

**Liu Ling and Meng Qingji**

*(Xi'an Jiaotong University)*

#### **Abstract**

A computational method has been developed to solve the problem of two-dimensional compressible unsteady flow passing through a rotating blade row of turbine. This work aims at determining the exciting forces generated by nozzle wakes on the blades. The numerical results obtained show that the distribution of the exciting forces is different from that of the nozzle wakes.

### **AN ANALYSTS SYSTEM FOR TRANSONIC FLOW IN CASCADE**

**Ji Chunjun and Zhou Xinhai**

*(Northwestern Polytechnical University)*

#### **Abstract**

A Practical analysis system for predicting inviscid blade-to-blade flow and coupled inviscid-boundary layer flow in transonic cascade is presented in this paper. Generally, an analysis system should be as convenient and inexpensive as possible in use. For this purpose, a faster and simpler algorithm using central difference scheme is developed. The difference method adopts a relaxed linear interpolation technique in the y direction combined with the "opposed-difference scheme" proposed by Denton in the quasi-streamline direction. This makes it possible for the algorithm to obtain accurate flow parameters on the blade surface with less mesh points.